

Diversificación industrial, desarrollo financiero e inversiones productivas

Alfredo Schclarek
Universidad Nacional de Córdoba

*Premio Anual de Investigación Económica, Año 2007
Categoría Jóvenes Profesionales*

Diciembre de 2007

ie | BCRA



Investigaciones Económicas
Banco Central
de la República Argentina

Banco Central de la República Argentina
ie | Investigaciones Económicas

Diciembre, 2007
ISSN 1850-3977
Edición Electrónica

Reconquista 266, C1003ABF
C.A. de Buenos Aires, Argentina
Tel: (5411) 4348-3719/21
Fax: (5411) 4000-1257
Email: investig@bcra.gov.ar
Pag.Web: www.bcra.gov.ar

Las opiniones vertidas en este trabajo son exclusiva responsabilidad de los autores y no reflejan necesariamente la posición del Banco Central de la República Argentina. La serie Documentos de Trabajo del BCRA está compuesta por material preliminar que se hace circular con el propósito de estimular el debate académico y recibir comentarios. Toda referencia que desee efectuarse a estos Documentos deberá contar con la autorización del o los autores.

Premio Anual de Investigación Económica 2007
Categoría Jóvenes Profesionales

Diversificación industrial, desarrollo financiero
e inversiones productivas*

Alfredo Schclarek**

Universidad Nacional de Córdoba

Resumen

Este trabajo estudia teóricamente el papel del sistema financiero en promover el crecimiento y la estabilidad macroeconómica. También explica endógenamente el desarrollo del sistema financiero como una consecuencia de la diversificación industrial (o sectorial). En el modelo, el sector productivo ejerce actividades de I&D, y financia sus actividades a través del sistema financiero. Mientras la innovación vertical alienta el crecimiento económico, la innovación horizontal crea nuevos sectores industriales, y genera así un aumento de la diversificación industrial. Una diversificación industrial mayor profundiza el sistema financiero ya que mejora sus posibilidades de financiar al sector productivo. Una economía más diversificada, y por lo tanto más financieramente desarrollada, tendrá tasas de crecimiento mayores y será menos volátil. Existe un rol para que el gobierno subsidie la innovación, especialmente la innovación horizontal.

Clasificación JEL: E22; E32; E44; O16; O30; 041

Palabras claves: innovación vertical, innovación horizontal, diversificación industrial, desarrollo financiero, crecimiento económico, información imperfecta.

* El autor agradece a Philip Brock, Carl-Johan Dalgaard, David Edgerton, Klas Fregert, Daniel Heymann y Federico Weinschelbaum por comentarios y discusiones; y participantes en los seminarios de Lund University, Universidad Nacional de Córdoba, Fourth Workshop of the Latin Finance Network (Bogotá, Colombia), LACEA Annual Meeting (Bogotá, Colombia) y VIII Latin American Meeting of Economic Theory (Medellín, Colombia). Las opiniones vertidas en este trabajo corresponden al autor y no representan una posición oficial del Banco Central de la República Argentina.

** Departamento de Economía y Finanzas, Universidad Nacional de Córdoba, Av. Valparaiso s/n, C.P. 5000 Córdoba, Argentina; tel: +54 351 4334089, fax: +54 351 4334092; e-mail: alfredo@eco.unc.edu.ar; web: www.nek.lu.se/nekasc.

I. Introducción

La relación entre desarrollo financiero y crecimiento económico ha sido un tema recurrente de la literatura económica. Recientemente, el papel del sistema financiero en promover el crecimiento económico ha recibido mayor atención. Un ejemplo es la reciente revisión de la literatura sobre finanzas y crecimiento de Levine (2005), quién enfatiza que ignorar el desarrollo del sistema financiero impedirá nuestra completa comprensión del proceso de crecimiento. Levine (2005) identifica una serie de funciones del sistema financiero que reducen costos de información y transacción, y por consiguiente, mejoran las posibilidades de crecimiento. Entre las funciones más importantes se destacan las siguientes: producir información y asignar capital, monitorear y ejercer control corporativo, facilitar el intercambio, la diversificación y la gestión del riesgo, aglomerar ahorros y facilitar el comercio de bienes y servicios. Admitir la importancia de estas funciones, hace primordial analizar los factores determinantes del desarrollo financiero y las políticas públicas que fomentan dicho desarrollo.¹ Aunque hay varios trabajos teóricos y empíricos sobre los factores determinantes, Levine (2005) enfatiza la necesidad de nuevos trabajos teóricos que modelen la interacción dinámica entre los factores determinantes del sistema financiero y el proceso de crecimiento.

El objetivo de este trabajo es contribuir a la agenda de investigación propuesta por Levine (2005). Específicamente, estudiamos el papel del sistema financiero en promover la estabilidad macroeconómica y el crecimiento económico. Además, analizamos el papel que tiene la diversificación industrial (o sectorial) como un determinante fundamental del desarrollo financiero. Entre los trabajos más estrechamente relacionados con éste, los siguientes pueden ser mencionados. Aghion et al. (2005a) estudian como las restricciones al crédito afectan el comportamiento cíclico de las inversiones productivas. Sostienen que un sistema financiero menos desarrollado genera una mayor volatilidad agregada y una tasa media de crecimiento inferior. Aghion et al. (2005b) estudian el efecto del desarrollo financiero sobre la convergencia. Predicen que aquellos países cuyo desarrollo financiero está por encima de un determinado nivel crítico, convergerán a la tasa de crecimiento de la frontera tecnológica mundial, mientras que todos los otros países tendrán una tasa de crecimiento de largo plazo estrictamente inferior. Sin embargo, estos dos trabajos, y a diferencia de la literatura micro-fundada sobre los mercados e instituciones financieras (Bhattacharya et al., 2004), simplemente suponen restricciones crediticias exógenas en sus modelos. Acemoglu y Zilibotti (1997) modelan la relación entre riesgo, diversificación y crecimiento. Encuentran que la productividad se incrementa endógenamente a medida que mejoran las oportunidades de diversificación y que la variabilidad del crecimiento decrece con el desarrollo económico. Sus resultados, sin embargo, son una consecuencia del supuesto que los países menos desarrollados se especializan en sectores de bajo riesgo y bajo retorno. Este supuesto es refutado por los resultados empíricos obtenidos por Koren y Tenreyro (2005), quienes encuentran evidencia de lo contrario. Carranza y Galdon-Sanchez (2004) construyen un modelo de intermediación financiera que analiza la variabilidad del producto durante el proceso de desarrollo. Encuentran que el producto es más volátil en economías de ingresos intermedios en comparación con economías de ingresos bajos e ingresos altos.

¹ La literatura reciente señala diversos factores determinantes, tales como los sistemas legales, las regulaciones, las políticas macroeconómicas, y factores políticos, culturales y geográficos (ver por ejemplo, Barth et al. (2004), Boyd et al. (2001), Porta et al. (1998), Roubini y Sala-i Martin (1995) y Smith (2003)).

Este trabajo construye un modelo simple de crecimiento económico donde el sistema financiero juega un papel central en su determinación. El modelo es parecido a Aghion et al. (2005a) pero, en lugar de simplemente suponer restricciones crediticias exógenas, desarrolla un modelo endógeno micro-fundado del sistema financiero. El sistema financiero es modelado como un mercado de capitales imperfecto con asimetrías informativas y riesgo moral siguiendo a Holmstrom y Tirole (1998). Las empresas se dedican tanto a la innovación vertical como a la innovación horizontal, pero tienen que financiar *shocks* de liquidez para que las innovaciones sean exitosas.² La innovación vertical exitosa es la fuerza motriz detrás del crecimiento de la economía. La innovación horizontal no afecta la tasa de crecimiento directamente sino que genera nuevos sectores productivos, lo cual diversifica la economía. La diversificación industrial (o sectorial) fortalece el sistema financiero porque incrementa sus posibilidades de proveer suficiente liquidez a las empresas. Por lo tanto, una economía más diversificada tiene una probabilidad mayor de generar innovaciones horizontales y verticales exitosas. Las fluctuaciones a través del tiempo se deben a que varía la fracción de firmas que finalizan sus proyectos de inversión en cada período de tiempo. Las economías con una diversificación mayor, y por lo tanto financieramente más desarrolladas, tienen tasas de crecimiento promedio superiores a las economías con una diversificación menor. La volatilidad de la tasa de crecimiento es inicialmente creciente con el grado de diversificación, pero pasa a ser decreciente en niveles intermedios y altos de diversificación industrial. En este modelo, el gobierno tiene un rol importante en promover el desarrollo financiero y el crecimiento económico a través de subsidios a la innovación, especialmente a la innovación horizontal. El papel activo del gobierno es especialmente adecuado cuando el desarrollo financiero es bajo.

Este trabajo ofrece varios aportes nuevos a la literatura que estudia la relación entre desarrollo financiero y crecimiento económico. Primero, los trabajos de Aghion et al. (2005a) y Aghion et al. (2005b) toman el nivel de desarrollo financiero como un parámetro exógeno, y no modelan endógenamente cómo el proceso de crecimiento afecta el desarrollo financiero. Este trabajo, en cambio, modela endógenamente el desarrollo del sistema financiero como una consecuencia del proceso de crecimiento. Para esto, combina la literatura de crecimiento endógeno con un modelo explícito micro-fundado del sistema financiero. Sin embargo, las conclusiones de este trabajo, referente al efecto causal del desarrollo financiero sobre el crecimiento, están en línea con los resultados de Aghion et al. (2005a) y Aghion et al. (2005b). Otra contribución importante de este trabajo es explicar el desarrollo financiero como una consecuencia de la diversificación industrial (o sectorial). En nuestro modelo, la diversificación industrial es parte del proceso de crecimiento en el sentido que es una consecuencia de la innovación horizontal. De esta manera, la innovación horizontal tiene un papel central en el desarrollo del sistema financiero. Aunque el argumento que la diversificación ayuda a reducir el riesgo agregado ha sido usado previamente (véase por ejemplo Acemoglu y Zilibotti, 1997), según el mejor de nuestro conocimiento, este argumento no ha sido usado explícitamente en un modelo micro-

² La teoría sobre crecimiento endógeno con innovaciones que aumentan la calidad de los productos (o innovación «vertical») sostiene que el crecimiento es un resultado de actividades inciertas de I&D que generan una secuencia aleatoria de innovaciones que mejoran la calidad de los productos existentes. El progreso tecnológico deja a las tecnologías o productos existentes obsoletos, enfatizando el proceso de «destrucción creativa» de Schumpeter. Por otra parte, la literatura sobre crecimiento endógeno también enfatiza la existencia de innovaciones que expanden la variedad de productos (o innovación «horizontal»): un descubrimiento consiste en el conocimiento técnico requerido para confeccionar un artículo nuevo que no desplaza a artículos ya existentes. Por consiguiente, la innovación se plasma en una expansión en la variedad de productos disponibles (Gancia y Zilibotti, 2005). Estas dos ramas de la literatura no son mutuamente excluyentes sino complementarias, existiendo modelos teóricos que toman en cuenta tanto la innovación vertical como la horizontal (Howitt, 1999).

fundado que explique endógenamente el desarrollo financiero como parte del proceso de crecimiento.

La sección II presenta el esquema básico del modelo, que está basado en Holmstrom y Tirole (1998). La demanda agregada de liquidez y el papel del intermediario financiero son introducidos en la sección III. Las consecuencias de la diversificación industrial sobre el sistema financiero y la cuestión de la liquidación parcial son presentadas en la sección IV. La sección V analiza la relación entre la diversificación industrial, el desarrollo financiero y el crecimiento económico. Esta sección también discute las consecuencias de los subsidios del gobierno sobre la innovación tecnológica. Las conclusiones son presentadas en la sección VI.

II. Modelo

La economía está caracterizada por un modelo dinámico simple de riesgo moral con generaciones superpuestas de agentes que viven durante dos períodos.³ La economía está poblada por tres tipos de agentes: empresas (o empresarios), inversionistas (o consumidores) y un intermediario (o banco). Hay sólo un bien que sirve tanto para consumo como para inversión. Todos los agentes son neutrales al riesgo con una función de utilidad aditiva y separable sobre el flujo de consumo. Cada empresa i tiene acceso a un proyecto de inversión con rendimientos constantes a escala y pertenece a una cierta industria (o sector) j . El número total de industrias (o sectores) diferentes existentes en la economía es J . Cada generación de agentes está indexada con t .

Cada empresa i tiene un proyecto de inversión que, para una inversión inicial $T_t I$ en el primer período, tiene un retorno $RT_t I$ al final del segundo período si el proyecto es exitoso, donde T_t es el nivel de conocimiento agregado disponible para la generación t , I es la escala de la inversión y R es la tasa bruta de retorno del proyecto.⁴ Si el proyecto falla, el retorno es 0. Al final del primer período, todas las empresas pertenecientes a la industria j sufren un *shock* de liquidez C_j (o *shock* de costos de ajuste). El *shock* de liquidez C_j tiene que ser financiado para que el proyecto pueda ser finalizado. Si el proyecto es abandonado, es decir el *shock* de liquidez C_j no es financiado, el retorno es 0. Note que al final del primer período la economía es golpeada por J *shocks*, o sea uno por cada industria j . El *shock* de liquidez C_j es proporcional a la inversión inicial $T_t I$, es decir $C_j = c_j T_t I$, donde c_j es el componente aleatorio del *shock* de liquidez. Todos los *shocks* c_j están independientemente e idénticamente distribuidos con una media y varianza finitas. Además, cada *shock* c_j tiene una función de distribución continua $F(c_j)$ sobre $[0, \infty]$, con una función de densidad de probabilidad $f(c_j)$. Note que los *shocks* también están independientemente e idénticamente distribuidos a través de las generaciones t .

Además del retorno económico, los proyectos de inversión exitosos generan innovación vertical y horizontal al final del segundo período. Los proyectos abandonados o fallidos no producen innovación tecnológica. La innovación vertical mejora la calidad de los productos ya existentes y, en este modelo, está asociada con incrementos en el nivel de conocimiento T de la econo-

³El esquema básico de este modelo es también usado por Holmstrom y Tirole (1998) y Holmstrom y Tirole (2000).

⁴Todas las variables están expresadas en proporción a T para garantizar una trayectoria de crecimiento balanceado.

mía. La innovación horizontal crea productos completamente nuevos y está asociada con la creación de sectores industriales nuevos, es decir con incrementos en el número total de industrias J .

Con respecto a la evolución intertemporal de la innovación vertical, suponemos, al igual que Aghion et al. (2005a), que el conocimiento acumulado por la generación t está disponible para la generación $t + 1$. Además, la creación de conocimiento es proporcional a la inversión inicial $T_t I$ de la generación t . Por esto, la dinámica del conocimiento T de la economía evoluciona según:

$$\Delta T_t = \int_i \nu I T_t \ell_t^i, \quad (1)$$

donde ν es un parámetro de productividad de la innovación vertical y ℓ_t^i es una variable dicotómica que es igual a 1 si el *shock* de liquidez de la empresa i ha sido financiado y el proyecto es exitoso e igual a 0 si no. Siguiendo la literatura reciente de crecimiento endógeno, la tasa de crecimiento de la economía en este modelo es igual a la tasa de crecimiento del conocimiento T (vea por ejemplo Aghion y Howitt (1998, cap. 2)). En términos de nuestra representación del proceso de crecimiento, este supuesto en combinación con la forma funcional específica de la ecuación (1) significa que el crecimiento productivo es creciente en el nivel de inversiones productivas. Esta característica es el nexo entre nuestro modelo de crecimiento y la teoría de crecimiento endógeno.⁵

Como se indicó anteriormente, la innovación horizontal crea productos (o sectores industriales) nuevos y está asociada con el incremento en el número total de industrias J . Así, la innovación horizontal implica un incremento en la diversificación industrial de la economía. J evoluciona según:

$$\Delta J_t = \int_i h J_t \ell_t^i, \quad (2)$$

donde h es un parámetro de productividad de la innovación horizontal y ℓ_t^i es una variable dicotómica que es igual a 1 si el *shock* de liquidez de la empresa i ha sido financiado y el proyecto es exitoso e igual a 0 si no. Analizando las ecuaciones (1) y (2) queda claro que la innovación horizontal no afecta a la productividad de la economía directamente.⁶ Como quedará más claro en las secciones IV y V, el papel de la innovación horizontal en nuestro modelo es profundizar el sistema financiero. Específicamente, las posibilidades del intermediario de proveer suficiente liquidez a las empresas al final del primer período mejoran cuando hay más industrias (un mayor J).

La producción total de la economía en el tiempo t está dada por:

$$Y_t = \int_i R T_{t-1} I \ell_{t-1}^i, \quad (3)$$

⁵ En otras palabras, este trabajo simplemente supone que el crecimiento económico es una consecuencia del progreso tecnológico. El trabajo no construye un modelo de crecimiento endógeno completamente especificado donde el proceso de innovación es modelado.

⁶ Este supuesto es similar al supuesto hecho por Howitt (1999). En el modelo de Howitt (1999) la tasa de crecimiento de la economía no se ve afectada por el número de productos existentes porque se supone que a medida que el número de productos aumenta, disminuye la contribución de la innovación vertical de cada producto sobre el agregado de la economía. El papel de la innovación horizontal es eliminar los problemas de «efecto de escala» generados por el crecimiento poblacional.

donde ℓ_{t-1}^i es una variable dicotómica que es igual a 1 si el *shock* de liquidez de la empresa i ha sido financiado y el proyecto es exitoso e igual a 0 si no. Note que la producción del tiempo t es el producto obtenido por los proyectos de inversión emprendidos por las empresas en el tiempo $t - 1$.

Otro supuesto del modelo es que cada empresa tiene una dotación de dinero en efectivo $T_t A > 0$ en el primer período y ninguna dotación al final del primer período y al final del segundo período. Para implementar un proyecto de escala $T_t I > T_t A$, la empresa debe pedir prestado $T_t(I - A)$ de inversionistas externos. Además, necesita financiar el *shock* de liquidez C_j al final del primer período. La empresa usa el retorno del proyecto al final del segundo período como garantía para obtener estos préstamos. Los proyectos de inversión están sujetos a riesgo moral, como en Holmstrom y Tirole (1998), porque cada empresa escoge privadamente la probabilidad de éxito del proyecto después de la decisión de continuación al final del primer período. La probabilidad de éxito puede ser alta (p_H) o baja (p_L) en función del esfuerzo ejercido por la empresa, donde $p_H - p_L \equiv \Delta p > 0$. Si la empresa ejerce un esfuerzo bajo, igualmente puede obtener un beneficio privado $BT_t I > 0$, que es proporcional a la inversión inicial.

Para que la inversión sea rentable, el rendimiento esperado del proyecto debe exceder la inversión inicial más el costo de ajuste (*shock* de liquidez). Por consiguiente, al final del primer período, la inversión continúa si y sólo si el *shock* de liquidez c_j es menor o igual a \tilde{c} ($c_j \leq \tilde{c}$), donde \tilde{c} es un cierto umbral para el cual la inversión tiene un valor presente neto positivo. Suponemos que la condición de continuación sólo se cumple para p_H , pero no para p_L , es decir el valor presente neto del proyecto es positivo si y sólo si la empresa ejerce un esfuerzo alto. La condición de valor presente neto positivo por unidad de inversión es:

$$\max_{\tilde{c}} \{F(\tilde{c})p_H R - 1 - \int_0^{\tilde{c}} c_j f(c_j) dc_j\} > 0,$$

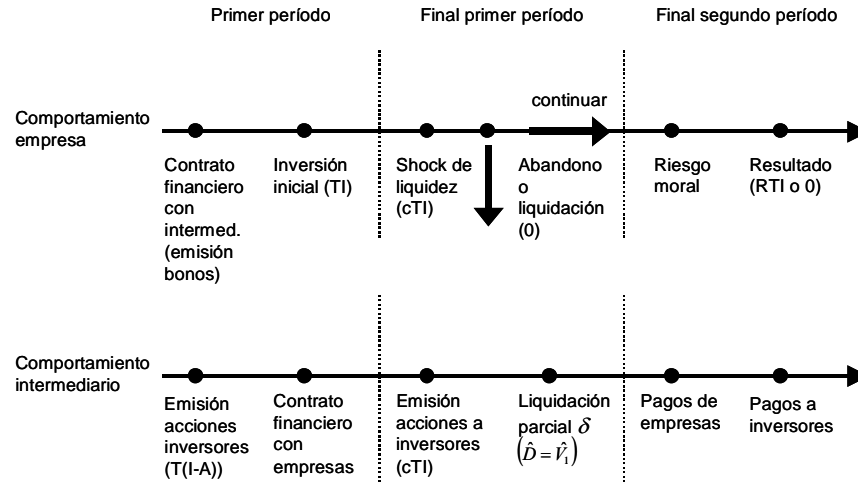
donde $F(\tilde{c})p_H R$ es el rendimiento bruto esperado dado que la empresa ejerce un esfuerzo alto, $F(\tilde{c})$ es la probabilidad de que el *shock* de liquidez c_j sea menor o igual a \tilde{c} y $\int_0^{\tilde{c}} c_j f(c_j) dc_j$ es el valor esperado del *shock* de liquidez dado que $c_j \leq \tilde{c}$. Note que el límite superior de integración está dado por \tilde{c} . La razón es que proyectos que sufren *shocks* de liquidez superiores a \tilde{c} son abandonados o liquidados y por ende tienen una demanda de liquidez igual a 0.

Como explicamos anteriormente, las empresas necesitan recibir financiación de inversionistas externos y por consiguiente un contrato entre las partes tiene que ser establecido. Este acuerdo de préstamo entre la empresa y los inversionistas externos tiene que especificar la escala de inversión I , las retribuciones a las partes y un umbral de «corte» para los *shocks* de liquidez tal que es óptimo continuar si y sólo si:

$$c_j \leq c^*.$$

Para facilitar la exposición, presentaremos de acá en adelante todas las cantidades sin el valor tendencial, es decir dividimos todas las variables por el nivel actual de tecnología T_t . El Gráfico 1 presenta un recuento simplificado de los acontecimientos a nivel de las empresas y del intermediario. El papel del intermediario será aclarado en la sección III.

Gráfico 1/ Comportamiento de la empresa y el intermediario



Para que el contrato entre la empresa y los inversionistas externos sea óptimo, éste tiene que ser diseñado de tal manera que la empresa tenga incentivos a ejercer un esfuerzo alto. Además, el diseño debe asegurar que los inversionistas externos obtengan un rendimiento no negativo. Con respecto al problema de incentivos de la empresa, el rendimiento esperado que la empresa recibe dado un esfuerzo alto debe exceder el rendimiento esperado que obtiene dado un esfuerzo bajo más el beneficio privado. Esto significa que $p_H R_f(c_j) \geq p_L R_f(c_j) + B$, donde $R_f(c_j)$ es la cantidad que la empresa gana si el proyecto tiene éxito (dado un *shock* de liquidez c_j). Por lo tanto, la retribución para la empresa que es consistente con sus incentivos a ejercer un esfuerzo alto es:

$$R_f(c_j) \geq R_b \equiv \frac{B}{\Delta p}. \quad (4)$$

Con respecto a los inversionistas externos, la retribución que reciben si el proyecto tiene éxito es $R - R_f(c_j)$, que es el retorno que queda después de descontar la retribución para la empresa. Así, el pago para los inversionistas externos que es consistente con un retorno no negativo es:

$$F(c^*)[p_H(R - R_f(c_j))]I \geq I - A + \int_0^{c^*} c_j f(c_j) dc_j I, \quad (5)$$

donde el lado izquierdo es el ingreso esperado apropiable y el lado derecho es el desembolso de los inversionistas en el primer período, $I - A$, más la demanda esperada de liquidez, $\int_0^{c^*} c_j f(c_j) dc_j I$. El ingreso esperado apropiable está dado por la probabilidad que el *shock* de liquidez sea menor o igual a c^* , $F(c^*)$, y lo que queda para los inversionistas externos dado que la empresa ejerce un esfuerzo alto, $[p_H(R - R_f(c_j))]I$. Note que al elegir $R_f(c_j) = R_b$ en las ecuaciones (4) y (5), la empresa maximiza la cantidad que le pueda pagar a los inversionistas externos (por unidad de I), $c_p \equiv p_H(R - (B/\Delta p))$. Llamamos a c_p el «ingreso apropiable», porque suponemos que la empresa usa el retorno de su proyecto al final del segundo período como garantía para obtener los fondos de los inversionistas externos.

Dado este esquema, la empresa elige óptimamente la cantidad que presta de los inversionistas externos y el valor óptimo del umbral de «corte» para maximizar el retorno por unidad de su

propia inversión A . La cantidad prestada de los inversionistas externos determina la escala de inversión I del proyecto. La función objetivo de la empresa es:

$$\begin{aligned} U_b &= m(c^*)I \\ &= m(c^*)k(c^*)A, \end{aligned} \quad (6)$$

donde:

$$m(c^*) \equiv F(c^*)p_H R - 1 - \int_0^{c^*} c_j f(c_j) dc_j$$

es la tasa neta esperada de retorno del proyecto por unidad de inversión,

$$I = k(c^*)A \quad (7)$$

es la escala de inversión y:

$$\begin{aligned} k(c^*) &= \frac{1}{1 + \int_0^{c^*} c_j f(c_j) dc_j - F(c^*)p_h(R - \frac{B}{\Delta p})} \\ &= \frac{1}{1 + \int_0^{c^*} c_j f(c_j) dc_j - F(c^*)c_p} \end{aligned} \quad (8)$$

es el multiplicador accionario, el cual determina la inversión máxima en el primer período que permite a los inversionistas obtener un retorno no negativo (la «capacidad de endeudarse» de la empresa). La capacidad de endeudarse es máxima cuando el umbral c^* es igual al ingreso apropiable esperado c_p , en cuyo caso $k(c_p) > 1$. Este resultado es más obvio si integramos la ecuación (8) por partes (ver el Anexo A).

La maximización de la función objetivo de la empresa, ecuación (6), es equivalente a minimizar el costo unitario esperado $c(c^*)$ de la inversión efectiva:

$$\min_{c^*} c(c^*) \equiv c^* + \frac{1 - \int_0^{c^*} F(c_j) dc_j}{F(c^*)}. \quad (9)$$

La demostración formal de esta equivalencia es presentada en el Anexo A. La condición de primer orden de la ecuación (9) es:

$$\int_0^{c^*} F(c_j) dc_j = 1, \quad (10)$$

lo cual implica que en el óptimo, el umbral del *shock* de liquidez es igual al costo unitario esperado de la inversión efectiva:

$$c(c^*) = c^*. \quad (11)$$

Por lo tanto, en el óptimo el retorno neto de la empresa es:⁷

$$U_b = \frac{c_r - c^*}{c^* - c_p} A, \quad (12)$$

⁷ Este resultado es más fácil de corroborar si consideramos las ecuaciones (33) y (34) del Anexo A en combinación con la ecuación (11).

donde $c_r \equiv p_H R$ es el retorno bruto esperado por unidad de inversión al final del primer período, $c_p \equiv p_H(R - (B/\Delta p))$ es el retorno unitario apropiable de la inversión al final del primer período y c^* es el valor del umbral óptimo de continuación. Además, el valor del umbral óptimo c^* está entre el retorno apropiable c_p y el retorno bruto esperado c_r , es decir:

$$c_p < c^* < c_r. \quad (13)$$

Ésta es una consecuencia de que tanto el ingreso neto esperado por unidad de inversión $m(c^*)$ como el multiplicador accionario $k(c^*)$ son decrecientes por encima del retorno bruto esperado c_r y crecientes por debajo del retorno apropiable c_p . La condición (13) es consistente con la definición (12) porque si el umbral óptimo c^* excede el retorno bruto esperado c_r , el proyecto no puede ser financiado rentablemente. Además, si el umbral óptimo c^* es menor al retorno apropiable c_p , la capacidad de endeudarse y la utilidad del prestatario son infinitas. Note que el umbral óptimo c^* está entre el retorno apropiable c_p y el retorno bruto esperado c_r , pero no depende de ellos. Además, analizando la ecuación (8) queda claro que en el óptimo la escala de inversión I depende sólo del retorno apropiable c_p .

III. Intermediación y liquidez agregada

En la sección anterior presentamos el esquema básico del modelo. Caracterizamos el comportamiento agregado de la economía a través del tiempo con respecto al conocimiento tecnológico y la diversificación industrial. El comportamiento de las empresas con respecto a sus incentivos también fue analizado y establecimos el nivel óptimo del umbral de continuación. En esta sección continuaremos caracterizando la economía e introducimos el papel del intermediario en la economía. También analizaremos la demanda y oferta agregada de liquidez.

Suponemos que no existe una tecnología exógena de almacenamiento, por lo que la riqueza no puede ser transferida de un período al otro con dinero en efectivo y/o activos privados (por ejemplo, bienes raíces). La única forma de transferir riqueza es a través de instrumentos financieros, tales como acciones y/o bonos.⁸ Tanto en el primer período como al final del primer período, el intermediario (un banco) emite acciones para los inversionistas, las cuales son derechos sobre su posición financiera al final del segundo período. Las acciones son valoradas de tal manera que los inversionistas obtienen una ganancia nula *ex ante*. Con lo recaudado, el intermediario adquiere todos los pasivos de las empresas (los bonos) en el primer período y al final del primer período. Con la emisión de bonos, las empresas financian su inversión inicial en el primer período y el *shock* de liquidez al final del primer período.⁹

Concretamente, en el primer período, el intermediario emite acciones a los inversionistas para poder prestar $I - A$ a cada empresa para la inversión inicial. Además, acuerda con las empresas una línea irrevocable de crédito por la cantidad c^*I para cubrir el *shock* de liquidez al final del primer período. Este acuerdo está condicionado a la posibilidad del intermediario de recolectar suficiente liquidez en el agregado al final del primer período. Las empresas son valoradas de tal

⁸ Hacemos este supuesto siguiendo a Holmstrom y Tirole (1998) porque nos interesa estudiar la oferta endógena de liquidez y el papel del sistema financiero en el suministro de liquidez. Si la transferencia intertemporal de la riqueza fuera posible a través de dinero en efectivo y/o activos privados no existiría un rol para el intermediario en este modelo y nunca habría escasez de liquidez.

⁹ Otra forma de transferir riqueza es a través del mercado financiero, pero como Holmstrom y Tirole (1998) demuestran, las empresas son incapaces de financiar *shocks* de liquidez si individualmente emiten acciones y compran una cartera de acciones del mercado.

manera que el intermediario obtiene ganancias nulas *ex ante* por cada emisión. Al final del primer período, el intermediario emite acciones a los inversionistas por la cantidad V_1 , que refleja el valor total de los pasivos agregados del conglomerado de empresas y si ese monto es suficiente para financiar la demanda agregada de liquidez \bar{D} , el intermediario puede honrar sus compromisos con las empresas. Note que el intermediario aglomera el riesgo de las empresas y subsidia a aquellas empresas que tienen una demanda alta de liquidez usando el valor de mercado de las empresas que tienen una demanda baja de liquidez. La habilidad de aglomerar (o juntar) el riesgo de las empresas es una de las dos características claves del intermediario. El segundo atributo clave es discutido en la sección IV.

La demanda agregada de liquidez al final del primer período, suponiendo que hay un continuo de empresas con masa unitaria, es:

$$\begin{aligned}\bar{D} &= \left(\frac{c_1 L_1(c^*) + \dots + c_J L_J(c^*)}{J} \right) I \\ &= \frac{I}{J} \sum_{j=1}^J c_j L_j(c^*),\end{aligned}\quad (14)$$

donde I es la escala de inversión inicial de la empresa representativa, c_j es el *shock* de liquidez del sector industrial j , $L_j(c^*)$ es una variable dicotómica para la industria j , que es igual a 1 si $c_j \leq c^*$ y 0 si $c_j > c^*$ y J es el número existente de industrias. Note que introducimos la variable dicotómica $L_j(c^*)$ porque sólo los proyectos que continúan al final del primer período, o sea no son liquidados, tienen una demanda de liquidez. El valor total de los pasivos del sector productivo al final del primer período es:

$$\begin{aligned}V_1 &= \frac{\sum_{j=1}^J L_j(c^*)}{J} c_p I \\ &= F^J(c^*) c_p I,\end{aligned}\quad (15)$$

donde $F^J(c^*)$ es la fracción observada de empresas con *shocks* de liquidez por debajo del umbral óptimo c^* , c_p es el retorno apropiable por unidad de inversión, $L_j(c^*)$ es la variable dicotómica para la industria j usada en la ecuación (14) y J es el número existente de industrias.

El intermediario puede financiar a todas las empresas siempre y cuando el valor de los pasivos del sector productivo V_1 sea mayor que la demanda agregada de liquidez \bar{D} , es decir el valor del portafolio de inversiones $S_1 \equiv V_1 - \bar{D} > 0$. Usando las ecuaciones (14) y (15), el valor del portafolio de inversiones S_1 es:

$$\begin{aligned}S_1 &= V_1 - \bar{D} \\ &= \frac{I c_p}{J} \sum_{j=1}^J L_j(c^*) - \frac{I}{J} \sum_{j=1}^J c_j L_j(c^*) \\ &= \frac{I}{J} \sum_{j=1}^J (c_p - c_j) L_j(c^*),\end{aligned}\quad (16)$$

donde c_j es el *shock* de liquidez del sector industrial j , c_p es el retorno apropiable por unidad de inversión, $L_j(c^*)$ es la variable dicotómica de la industria j , I es la escala de inversión y J es el número existente de industrias.

Como un caso de referencia, consideremos una economía completamente diversificada. Cuando esto es así, $J \rightarrow \infty$ y el valor del portafolio de inversiones S_1 es igual a $I - A$, que es positivo por los supuestos hechos. Este resultado surge de:

$$\begin{aligned} \text{plim}_{J \rightarrow \infty} S_1 &= \text{plim}_{J \rightarrow \infty} V_1 - \text{plim}_{J \rightarrow \infty} \bar{D} \\ &= F(c^*)c_p I - \int_0^{c^*} c_j f(c_j) dc_j I \end{aligned} \quad (17)$$

$$= I - A, \quad (18)$$

donde el valor total de los pasivos del sector productivo V_1 tiene a $F(c^*)c_p I$ como su límite cuando $J \rightarrow \infty$ porque $F^J(c^*)$ tiende a $F(c^*)$ cuando $J \rightarrow \infty$. Note que $F(c^*)$ es tanto la probabilidad *ex ante* que una empresa dada afronte un *shock* de liquidez c_j igual o menor al umbral óptimo c^* como la fracción realizada de empresas que continúan al final del primer período cuando $J \rightarrow \infty$. Con respecto a la demanda agregada de liquidez al final del primer período \bar{D} , su límite es igual a $\int_0^{c^*} c_j f(c_j) dc_j I$ cuando $J \rightarrow \infty$ porque $\sum_{j=1}^J c_j L_j(c^*)/J$ tiende a $\int_0^{c^*} c f(c) dc$ cuando $J \rightarrow \infty$. La ecuación (17) se convierte en la ecuación (18) si combinamos la definición de la escala de inversión de la ecuación (7) con la definición del multiplicador accionario de la ecuación (8).

El valor esperado de la demanda agregada de liquidez \bar{D} condicional a que los *shocks* de liquidez c_j sean iguales o menores al umbral óptimo c^* , $E(\bar{D}|M)$ con $M = \{c_j \leq c^*\}$, es igual al valor fijo $\int_0^{c^*} c_j f(c_j) dc_j I$. Además, $E(V_1|M)$ es igual al valor fijo $F(c^*)c_p I$. Este resultado implica que el valor esperado del valor del portafolio de inversiones S_1 condicional a que los *shocks* de liquidez c_j sean iguales o menores al umbral óptimo c^* , $E(S_1|M)$, es igual al valor positivo $I - A$, como en la ecuación (18). Este resultado es importante para la discusión de la próxima sección, donde analizamos la relación entre el grado de diversificación y la liquidación parcial cuando hay una escasez de liquidez en el agregado, es decir, cuando $S_1 < 0$. La función de distribución de S_1 tiene un papel central en este análisis.

IV. Diversificación y liquidación parcial

Como hemos visto en la última sección, cuando la economía está completamente diversificada ($J \rightarrow \infty$), el valor del portafolio de inversiones S_1 es positivo e igual a $I - A$. Esto significa que no hay escasez de liquidez en el agregado y que todos los proyectos de inversión con *shocks* de liquidez menores al umbral óptimo c^* reciben financiación del intermediario. Cuando la economía no está completamente diversificada ya no es cierto que el valor del portafolio de inversiones es necesariamente positivo, es decir $S_1 = I - A > 0$, y se puede dar el caso de que S_1 es negativo. En este último caso, el intermediario se ve obligado a ejercer la liquidación parcial. La liquidación parcial implica que sólo se le permite a la fracción δ de empresas continuar al final del primer período. La razón es que la demanda agregada de liquidez es mayor a lo que el intermediario puede recolectar de los inversionistas, es decir hay una escasez de liquidez en el agregado. Note que suponemos que la liquidación parcial es sólo posible a nivel de la industria y no a nivel de la empresa, es decir la escala de un proyecto individual no puede reducirse.¹⁰ La habilidad de ejercer la liquidación parcial es el segundo atributo central

¹⁰ Si la escala de un proyecto individual pudiera ser parcialmente liquidada, no existiría un rol para el intermediario y las empresas podrían financiar los *shocks* de liquidez emitiendo directamente acciones a los inversionistas (Holmstrom y Tirole, 1998).

del intermediario, aparte de su habilidad de aglomerar el riesgo de la empresas explicado en la sección III.

En términos de la implementación concreta de la liquidación parcial, el intermediario decide qué empresas liquidar al final del primer período, después que los *shocks* de liquidez y los valores de V_1 y \bar{D} hayan sido determinados. La demanda agregada de liquidez después de la liquidación parcial pasa a ser:

$$\hat{D} = \frac{I}{J} \sum_{j=1}^J c_j L_j(c^*) P_j(S_1), \quad (19)$$

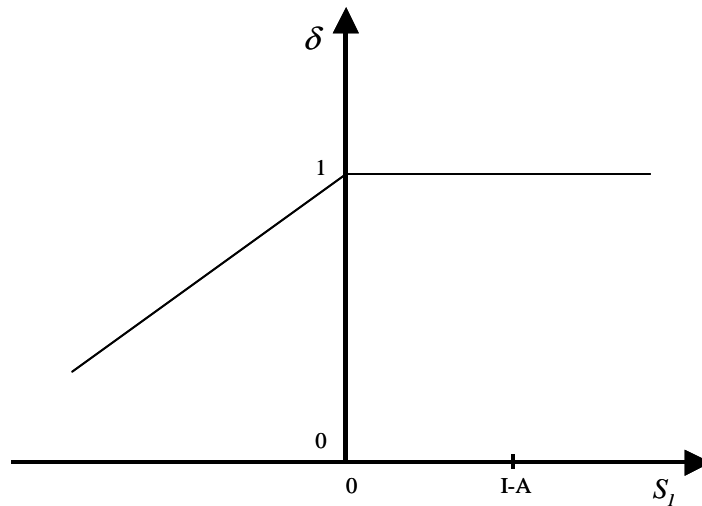
donde I es la escala de la inversión, J es el número existente de industrias, c_j es el *shock* de liquidez para el sector j , $L_j(c^*)$ es una variable dicotómica para la industria j , la cual es igual a 1 si $c_j \leq c^*$ e igual a 0 si $c_j > c^*$ y $P_j(S_1)$ es una variable dicotómica para la industria j , que es igual a 0 si el intermediario decide que la industria j debe ser liquidada e igual a 1 si no.¹¹ $P_j(S_1)$ es una variable que depende del valor realizado de S_1 porque, como se explicó anteriormente, la liquidación parcial sólo es relevante cuando hay una escasez agregada de liquidez, es decir $S_1 < 0$. El valor total de los pasivos del sector productivo al final del primer período después de la liquidación parcial se convierte en:

$$\begin{aligned} \hat{V}_1 &= \frac{\sum_{j=1}^J P_j(S_1) \sum_{j=1}^J L_j(c^*)}{J} c_p I \\ &= \delta F^J(c^*) c_p I, \end{aligned} \quad (20)$$

donde $\delta = \sum_{j=1}^J P_j(S_1)/J$ es la fracción de empresas que son liquidadas por el intermediario, $F^J(c^*)$ es la fracción observada de empresas con *shocks* de liquidez menores al umbral óptimo c^* , c_p es el retorno apropiado por unidad de inversión e I es la escala de inversión. Note que δ es una variable que adopta valores entre 0 y 1 y depende del valor realizado del valor del portafolio de inversiones S_1 . δ es una función positiva del valor del portafolio de inversiones S_1 porque mientras más negativo es S_1 , menor es la fracción de empresas a las cuales se les permite continuar. Cuando S_1 es positivo, no hay escasez agregada de liquidez y no hay necesidad de liquidación parcial, es decir $\delta = 1$. Como se vio en la sección III, éste es siempre el caso cuando la economía está completamente diversificada. El Gráfico 2 presenta gráficamente la relación entre S_1 y δ .

¹¹ Note, sin embargo, que si bien todas las empresas de la misma industria sufren el mismo *shock* de liquidez y tienen las mismas necesidades de liquidez, esto no implica necesariamente que haya que liquidar a la industria entera. Si sólo una fracción de las empresas de la industria j son liquidadas, $P_j(S_1)$ puede tomar un valor entre 0 y 1, en lugar de 1, el cual representa la fracción de empresas de la industria j que son permitidas continuar.

Gráfico 2/ Relación entre S_1 y δ



El valor del portafolio de inversiones después de la liquidación parcial $\hat{S}_1 \equiv \hat{V}_1 - \hat{D}$ debe ser cero. Por lo tanto, el intermediario decide qué empresas liquidar de manera tal que $\hat{S}_1 = 0$, es decir que no haya escasez de liquidez en el agregado. Note que la decisión del intermediario de liquidar la industria j ($P_j(S_1) = 0$) afecta negativamente tanto el valor de la demanda agregada de liquidez después de la liquidación parcial de la ecuación (19) como el valor total de los pasivos del sector productivo después de la liquidación parcial de la ecuación (20). Por consiguiente, el intermediario implementa óptimamente la liquidación parcial si no financia los *shocks* de liquidez de las industrias que sufren los *shocks* más grandes. En este caso, \hat{D} decrece a una velocidad mayor que \hat{V}_1 y en algún momento se igualan, es decir $\hat{S}_1 = 0$. Note también que si bien todas las empresas de la misma industria tienen la misma demanda de liquidez, no hay necesidad de liquidar a todo el sector industrial si esto implica que $\hat{S}_1 > 0$. En este caso, es óptimo para el intermediario dejar que algunas de las empresas de esta industria continúen.¹² El Gráfico 1 presenta un recuento simplificado de los acontecimientos a nivel de la empresa y para el intermediario.

Ahora que hemos establecido qué ocurre después de la realización de los *shocks* de liquidez, volvemos un paso atrás y estudiamos la función de distribución de S_1 antes de la realización de los *shocks* de liquidez. Este análisis aclarará la relación entre el valor del portafolio de inversiones S_1 y la fracción de empresas a las cuales se les permite continuar al final del primer período δ . Concretamente, a continuación estudiamos cómo el número de industrias J afecta la función de distribución del valor del portafolio de inversiones S_1 . Para hacer esto, primero tenemos que analizar el valor esperado del valor del portafolio de inversiones S_1 , su varianza y de qué manera el número de industrias J afecta su varianza. Recuerde que el número de industrias J es también igual al número de *shocks* de liquidez c_j independientemente e idénticamente distribuidos que afectan a la economía.

Como analizamos en la sección III, el valor esperado del valor del portafolio de inversiones S_1 condicional a que los *shocks* de liquidez sean menores al umbral óptimo c^* es el valor positivo

¹² Se puede suponer que las empresas de esta industria que continúan son elegidas al azar.

fijo $I - A$. Para estudiar la varianza condicional de S_1 , reescribimos la definición de S_1 de la ecuación (16) de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} S_1 &= \frac{I}{J} \sum_{j=1}^J (c_p - c_j) L_j(c^*) \\ &= \frac{I}{J} \sum_{j=1}^J w_j, \end{aligned} \quad (21)$$

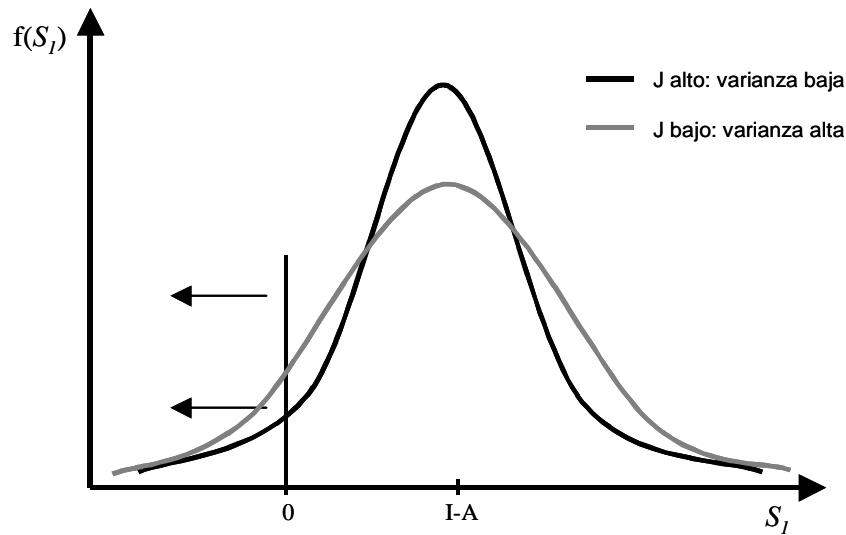
donde $w_j = (c_p - c_j) L_j(c^*)$ es una nueva variable. Además, como c_p es una constante, $0 \leq L_j(c^*) \leq 1$ y c_j tiene una varianza finita, podemos concluir que w_j también tiene una varianza finita σ_*^2 . Note que w_j tiene la misma varianza finita σ_*^2 para todos los j porque hemos supuesto que los *shocks* de liquidez c_j están independientemente e idénticamente distribuidos. Usando la nueva definición de S_1 de la ecuación (21), la varianza condicional es:

$$\begin{aligned} \text{Var}(S_1|M) &= \text{Var}\left(\frac{I}{J} \sum_{j=1}^J w_j|M\right) \\ &= \frac{I^2}{J^2} \sum_{j=1}^J \sigma_*^2 \\ &= \frac{I^2}{J} \sigma_*^2, \end{aligned} \quad (22)$$

que implica que $\text{Var}(S_1|M) \rightarrow 0$ cuando $J \rightarrow \infty$. Además, $\text{Var}(S_1|M)$ es decreciente en J , es decir que la varianza condicional del valor del portafolio de inversiones S_1 se reduce a medida que la diversificación de la economía aumenta.

El análisis anterior implica que la función de densidad de probabilidad del valor del portafolio de inversiones S_1 está centrada en $I - A > 0$. Además, la función de densidad tiene una amplitud que es decreciente en J , es decir la función de densidad es más amplia cuando la economía es menos diversificada. Por esto, la ponderación de las colas aumenta cuando la economía es menos diversificada, lo cual también quiere decir que la variable S_1 es más variable o riesgosa (Rothchild y Stiglitz, 1970). Esto, a su vez, implica que la $\text{Prob}(S_1 < 0|M)$ es mayor cuando J es menor (ver el Gráfico 3). Note también que la función de densidad colapsa a $I - A > 0$ cuando J alcanza infinito.

Gráfico 3/ Función de densidad de probabilidad de S_1



El valor esperado de la fracción de empresas a las cuales se les permite continuar al final del primer período $E(\delta|N)$, donde $N = \{\hat{S}_1 = 0\}$ significa que la liquidación parcial ha eliminado la escasez agregada de liquidez, es:

$$\begin{aligned}
 E(\delta|N) &= E\left(\frac{\sum_{j=1}^J P_j(S_1)}{J} | M\right) \\
 &= E(P_j(S_1) | M) \\
 &= Prob(P_j(S_1) = 1 | N), \tag{23}
 \end{aligned}$$

donde $Prob(P_j(S_1) = 1 | N)$ es la probabilidad que $P_j(S_1)$ sea igual a 1, es decir la probabilidad que la industria j no sea liquidada por el intermediario. Note que la probabilidad que la industria j no sea liquidada por el intermediario, $Prob(P_j(S_1) = 1 | N)$, está negativamente relacionada con la probabilidad que el valor del portafolio de inversiones S_1 sea negativo, $Prob(S_1 < 0 | M)$. La razón es que mientras mayor es la probabilidad que haya una escasez agregada de liquidez debido a que S_1 es negativo, menor es la probabilidad que una cierta industria j no sea liquidada por el intermediario.

Combinando el hecho que hay una relación negativa entre $Prob(P_j(S_1) = 1 | N)$ y $Prob(S_1 < 0 | M)$ y que $Prob(S_1 < 0 | M)$ es mayor cuando J es menor, implica que $Prob(P_j(S_1) = 1 | N)$ es una función positiva de J . Por esto, la fracción esperada de empresas que continúan $E(\delta|N)$ es mayor a medida que la economía es más diversificada. La explicación económica es que cuando la economía es más diversificada existe una mayor probabilidad que el intermediario financiero pueda recolectar suficiente liquidez para afrontar la demanda agregada de liquidez. El resultado que $E(\delta|N)$ y $Prob(P_j(S_1) = 1 | N)$ son funciones positivas de J es un resultado clave para el análisis en la sección V.

V. Diversificación y crecimiento

El retorno agregado al final del segundo período para la generación t es $\delta_t F_t^J(c^*) p_H R T_t I$, donde δ_t es la fracción de empresas que no son liquidadas por el intermediario, $F_t^J(c^*)$ es la fracción de empresas que sufren *shocks* de liquidez por debajo del umbral óptimo c^* , p_H es la fracción de proyectos exitosos, R es el retorno bruto y $T_t I$ es la inversión inicial. Note que el retorno agregado al final del segundo período con liquidación parcial se convierte en $\delta_t F_t^J(c^*) p_H R T_t I$, que es a lo sumo igual al retorno agregado sin liquidación parcial, $F_t^J(c^*) p_H R T_t I$, porque $0 \leq \delta \leq 1$. Note también que hemos incluido el subíndice t para enfatizar que las realizaciones de δ y $F^J(c^*)$ difieren a través de las generaciones. La razón es que cada generación t sufre realizaciones diferentes de los *shocks* de liquidez c_j . Recuerde también que cada generación t sufre un total de J *shocks* de liquidez al final del primer período.

De la ecuación (1) sabemos que la tasa de crecimiento de la economía debido a la innovación vertical es:

$$\frac{\Delta T_t}{T_t} = \delta_t F_t^J(c^*) p_H \nu I, \quad (24)$$

donde la integral y la variable dicotómica ℓ_t^i de la ecuación (1) han sido reemplazados por $\delta_t F_t^J(c^*) p_H$ en la ecuación (24). $\delta_t F_t^J(c^*) p_H$ es la fracción de empresas que han logrado financiar los *shocks* de liquidez c_j y han finalizado exitosamente sus proyectos de inversión, es decir, la fracción de empresas para las cuales la variable dicotómica ℓ_t^i es igual a 1. Note que este resultado implica que las fluctuaciones a través de las generaciones se producen porque la fracción de empresas que cumplen con sus proyectos de inversión varía en cada generación t . Como resaltamos anteriormente, ésta es una consecuencia de realizaciones diferentes de δ y $F^J(c^*)$ para cada generación t . En nuestro modelo, las fluctuaciones son una consecuencia de la incertidumbre real. Note también que en nuestro modelo, la economía está siempre en estado estacionario y por consiguiente en una senda de crecimiento balanceado, es decir las fluctuaciones no son una consecuencia de desviaciones del estado estacionario. Otro aspecto interesante de nuestra explicación de las fluctuaciones es que como no dependen del supuesto hecho referente al retorno de los proyectos, y de su riesgo, la explicación es consistente con las conclusiones de Koren y Tenreyro (2005). Recuerde de la introducción que Koren y Tenreyro (2005) encuentran que los países subdesarrollados invierten en proyectos altamente riesgosos, lo cual contradice el supuesto hecho por Acemoglu y Zilibotti (1997), que es esencial para su explicación de las fluctuaciones.

Para estudiar como la tasa de crecimiento esperada de la economía, y su varianza, se ven afectadas por el grado de diversificación industrial (el número total de industrias J), redefinimos la ecuación (24) como sigue:

$$\frac{\Delta T_t}{T_t} = \frac{\sum_{j=1}^J P_j(S_1) \sum_{j=1}^J L_j(c^*)}{J} p_H \nu I \quad (25)$$

$$= \frac{\sum_{j=1}^J H_j(c^*, S_1)}{J} p_H \nu I, \quad (26)$$

donde $H_j(c^*, S_1) = P_j(S_1) L_j(c^*)$ es una nueva variable dicotómica para la industria j que toma el valor 1 si $c_j \leq c^*$ y la industria j no es liquidada por el intermediario, e igual a 0 si no. El valor esperado de $H_j(c^*, S_1)$, $E(H_j(c^*, S_1)|N)$, es igual a $Prob(H_j(c^*, S_1) = 1|N)$ para

todos los j y es una función positiva de J . Esta relación positiva es evidente si recordamos que $Prob(P_j(S_1) = 1|N)$ es una función positiva de J (ver sección IV) y que $Prob(L_j(S_1) = 1|N)$ no depende de J .

Siguiendo con la ecuación (26), la tasa de crecimiento esperada de la economía debido a la innovación vertical es:

$$\begin{aligned} E\left(\frac{\Delta T_t}{T_t}|N\right) &= \frac{p_{HVI}}{J} \sum_{j=1}^J E(H_j(c^*, S_1)|N) \\ &= p_{HVI} Prob(H_j(c^*, S_1) = 1|N), \end{aligned} \quad (27)$$

donde $N = \{\hat{S}_1 = 0\}$ significa que la liquidación parcial ha eliminado la escasez agregada de liquidez y $Prob(H_j(c^*, S_1) = 1|N)$ es creciente en el número de industrias J . Por consiguiente, $E\left(\frac{\Delta T_t}{T_t}|N\right)$ también es creciente en el número de industrias J , es decir la tasa de crecimiento esperada de la economía es mayor cuando la diversificación industrial es mayor. La razón es que una diversificación industrial mayor implica una mayor probabilidad que la industria j no sea liquidada por el intermediario debido a una escasez agregada de liquidez. Esto a su vez implica que una mayor fracción de empresas finalizan exitosamente con sus proyectos de inversión y hay más innovación vertical en la economía.

En otras palabras, las economías que tienen una diversificación industrial mayor tienen también sistemas financieros más desarrollados porque hay una menor posibilidad de terminar con escasez agregada de liquidez, es decir el sistema financiero está mejor preparado para financiar proyectos de inversión cuando hay *shocks* en la economía. La mayor probabilidad de financiar exitosamente los proyectos de inversión significa que más proyectos de inversión producen innovación vertical y por ende la tasa de crecimiento esperada de la economía es superior. El resultado que la tasa de crecimiento esperada aumenta con el grado de desarrollo financiero está en línea con las conclusiones de Aghion et al. (2005a) y Acemoglu y Zilibotti (1997). Note también que cuando la economía está perfectamente diversificada, y no hay escasez agregada de liquidez, la tasa de crecimiento de la economía tiende a la senda de crecimiento determinística:

$$p \lim_{J \rightarrow \infty} \frac{\Delta T_t}{T_t} = F(c^*) p_{HVI}, \quad (28)$$

porque $\delta_t F_t^J(c^*) \rightarrow F(c^*)$ a medida que $J \rightarrow \infty$.

La varianza de la tasa de crecimiento de la economía es:

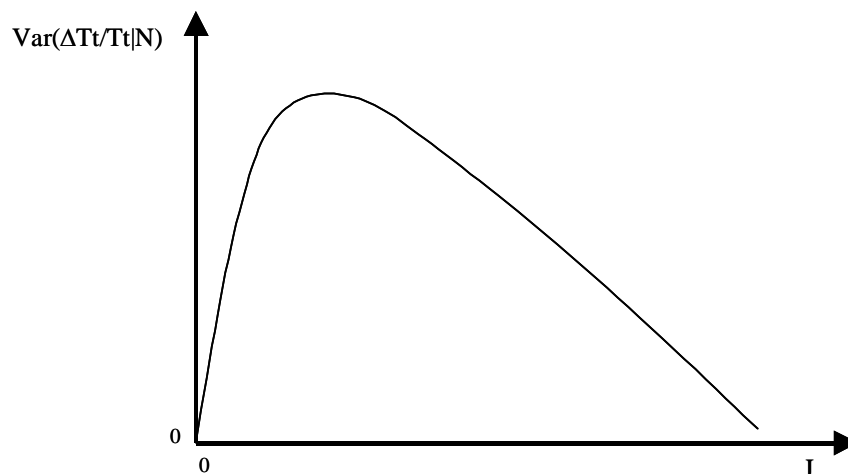
$$\begin{aligned} Var\left(\frac{\Delta T_t}{T_t}|N\right) &= (p_{HVI})^2 Var(\delta_t F_t^J(c^*)|N) \\ &= \left(\frac{p_{HVI}}{J}\right)^2 \sum_{j=1}^J Var(H_j(c^*, S_1)|N) \\ &= \frac{(p_{HVI})^2}{J} Prob(H_j(c^*, S_1) = 1|N)(1 - \\ &\quad Prob(H_j(c^*, S_1) = 1|N)), \end{aligned} \quad (29)$$

donde $Prob(H_j(c^*, S_1) = 1|N)(1 - Prob(H_j(c^*, S_1) = 1|N))$ es la varianza de $H_j(c^*, S_1)$ para todos los j .

Analizando la ecuación (29) vemos que existen dos fuerzas que hay que considerar para determinar cómo la varianza de la tasa de crecimiento de la economía está relacionada con el número total de industrias J (o el grado de diversificación industrial). Por un lado, la varianza del crecimiento es linealmente decreciente en J debido al efecto directo de tener J en el denominador de la ecuación (29). Por otro lado, la varianza de la tasa de crecimiento es una función cóncava cuadrática de J debido al efecto de la varianza de $H_j(c^*, S_1)$. La varianza de $H_j(c^*, S_1)$ es creciente en J para valores bajos de J y es decreciente en J para valores altos de J . La razón es que $Prob(H_j(c^*, S_1) = 1|N)$ es creciente en J y, por consiguiente, la varianza de $H_j(c^*, S_1)$, $Prob(H_j(c^*, S_1) = 1|N)(1 - Prob(H_j(c^*, S_1) = 1|N))$, es una función cuadrática cóncava de J . Cuando $Prob(H_j(c^*, S_1) = 1|N) < 0,5$, que es el caso cuando J es bajo, la varianza de $H_j(c^*, S_1)$ es creciente en J . Sin embargo, cuando $Prob(H_j(c^*, S_1) = 1|N) > 0,5$, que es el caso cuando J es alto, es decreciente en J .

El efecto final del número de industrias J sobre la varianza de la tasa de crecimiento es que es creciente en J para niveles bajos de J , pero estrictamente decreciente para niveles altos de J . En otros palabras, la varianza de la tasa de crecimiento es inicialmente, para niveles bajos de diversificación industrial (o desarrollo financiero), creciente con el grado de diversificación industrial. Para niveles intermedios y altos de diversificación industrial (o desarrollo financiero), la varianza es estrictamente decreciente con el grado de diversificación industrial. El Gráfico 4 presenta un ejemplo de la relación entre la varianza de la tasa de crecimiento de la economía y el número total de industrias J (la diversificación industrial o desarrollo financiero). El efecto ambiguo del desarrollo financiero sobre la varianza de la tasa de crecimiento está en línea con los resultados de Aghion et al. (2005a), Acemoglu y Zilibotti (1997) y Carranza y Galdon-Sanchez (2004). Note también que cuando la economía está perfectamente diversificada, es decir que nunca hay escasez agregada de liquidez, la varianza de la tasa de crecimiento de la economía tiende a cero.

Gráfico 4/ Varianza de la tasa de crecimiento de la economía



La tasa de crecimiento del número de industrias J debido a la innovación horizontal está dada por la ecuación (2), que se convierte en:

$$\frac{\Delta J_t}{J_t} = \delta_t F_t^J(c^*) p_H h l. \quad (30)$$

Combinando la ecuación (30) con la nueva variable dicotómica $H_j(c^*, S_1)$, como en la ecuación (26), la tasa de crecimiento esperada del número de industrias J es:

$$\begin{aligned} E\left(\frac{\Delta J_t}{J_t} | N\right) &= \frac{p_H h l}{J} \sum_{j=1}^J E(H_j(c^*, S_1) | N) \\ &= p_H h l \text{Prob}(H_j(c^*, S_1) = 1 | N). \end{aligned} \quad (31)$$

Claramente, un incremento en $\text{Prob}(H_j(c^*, S_1) = 1 | N)$ incrementa la tasa de crecimiento de las industrias J , lo cual hace que la economía se diversifique más rápido. Nuevamente, y como se discutió en esta sección, $\text{Prob}(H_j(c^*, S_1) = 1 | N)$ depende positivamente de J , lo cual implica que las economías que son más diversificadas tienen una tasa esperada de crecimiento de J mayor. La razón es que un nivel más alto de diversificación industrial implica un sistema financiero más desarrollado que tiene mayores posibilidades de proveer suficiente liquidez a las empresas cuando ocurren *shocks*. Esto, a su vez, implica que una mayor cantidad de empresas pueden completar sus proyectos de inversión y producir innovación horizontal. Note también que cuando la economía está perfectamente diversificada, y no hay escasez agregada de liquidez, la tasa de crecimiento de la innovación horizontal tiende a la senda de crecimiento determinista:

$$\text{plim}_{J \rightarrow \infty} \frac{\Delta J_t}{J_t} = F(c^*) p_H h l, \quad (32)$$

porque $\delta_t F_t^J(c^*) \rightarrow F(c^*)$ a medida que $J \rightarrow \infty$.

De la ecuación (31) queda claro que la innovación horizontal tiene un efecto acelerador sobre sí mismo. La razón es que mientras mayor sea J en el presente, mayor será la innovación horizontal en el futuro debido a una mayor $\text{Prob}(H_j(c^*, S_1) = 1 | N)$. Una mayor $\text{Prob}(H_j(c^*, S_1) = 1 | N)$, a su vez, significa que J tendrá una tasa de crecimiento aún mayor en el futuro. Así, un nivel inicial alto de J significa que la tasa de crecimiento de J en el futuro será mayor que si el nivel inicial de J hubiera sido bajo. Claramente, los países que tienen una diversificación mayor, se diversifican a una velocidad aún mayor que los países que son menos diversificados. En otras palabras, países con niveles iniciales altos de diversificación industrial, y así con niveles altos de desarrollo financiero, gozan de una velocidad mayor de diversificación industrial y desarrollo financiero que países con niveles iniciales bajos de diversificación industrial (es decir niveles iniciales bajos de desarrollo financiero). El efecto acelerador de la innovación horizontal no sólo incrementa la tasa de crecimiento esperada futura de la innovación horizontal (diversificación industrial) si no que también incrementa la velocidad con la cual el sistema financiero se desarrolla. Este efecto sobre el sistema financiero significa que la innovación horizontal incrementa, indirectamente, la tasa de crecimiento futura de la innovación vertical. Este resultado surge de la relación positiva entre $\text{Prob}(H_j(c^*, S_1) = 1 | N)$ y J , y la ecuación (27). Así, un nivel inicial alto de diversificación industrial no sólo significa que la tasa de crecimiento esperada presente de la innovación vertical y horizontal será mayor que si el nivel inicial de diversificación industrial fuera bajo, sino que también significa que las tasas de crecimiento esperadas del futuro de la innovación vertical y horizontal serán incluso mayores que las actuales. Note que aunque el crecimiento esperado de la innovación vertical y horizontal tiende a aumentar a medida que la economía se vuelve más diversificada, las tasas de crecimiento esperadas tienden al crecimiento determinista

$\Delta T_t/T_t = F(c^*)p_{HV}I$ (ecuación 28) y $\Delta J_t/J_t = F(c^*)p_H hI$ (ecuación 32), respectivamente, que son las tasas de crecimiento de una economía perfectamente diversificada.

En este modelo, la innovación horizontal produce una externalidad a través de su efecto acelerador sobre sí mismo y sus efectos sobre el sistema financiero. Un nivel alto de diversificación industrial no sólo implica que la tasa de crecimiento actual de la economía es mayor, y menos volátil, de lo que sería si la diversificación industrial fuese menor, sino que también que las tasas de crecimiento futuras son superiores a la actual. Esta externalidad implica que países que son afortunados en el presente, en términos de obtener *shocks* de liquidez bajos y menor escasez agregada de liquidez, se beneficiarán aun en el futuro de tasas de crecimiento más altas y menos volátiles. Considere, por ejemplo, dos países que tienen el mismo nivel de diversificación industrial J . Uno de los países, sin embargo, es más afortunado que el otro en términos de sufrir *shocks* de liquidez menores durante un número de períodos. Entonces, el país afortunado terminará teniendo una tasa de crecimiento más alta, y menos volátil, que el país desafortunado incluso en el futuro. Este resultado está en línea con el modelo teórico desarrollado por Acemoglu y Zilibotti (1997).

Con respecto a la intervención gubernamental, el modelo deja claro que existe un papel para que el gobierno subsidie la innovación vertical y horizontal. Este resultado está en línea con Aghion y Howitt (1998) y Howitt (1999) entre otros. En nuestro modelo, el subsidio del gobierno quiere decir que el gobierno provee liquidez adicional a las empresas al final del primer período. La intervención gubernamental es especialmente importante cuando hay una escasez agregada de liquidez, es decir cuando el intermediario no puede recolectar suficiente liquidez para financiar todos los proyectos rentables. Como hemos visto en la sección IV, una escasez agregada de liquidez conduce a la liquidación parcial. En este caso, la provisión de liquidez adicional por parte del gobierno al final del primer período disminuye la necesidad de liquidación parcial. Por ende, la fracción de empresas liquidadas disminuye en comparación con el caso sin intervención. Note que si no hay escasez agregada de liquidez, la intervención gubernamental no logra un mejor resultado en comparación con el resultado de mercado puro. Holmstrom y Tirole (1998) analizan a fondo la demanda y oferta de liquidez suministrada por el gobierno cuando hay una escasez de liquidez en el agregado.

La razón por la cual el gobierno puede proveer liquidez adicional, mientras que el intermediario es incapaz, es que el gobierno puede usar sus ingresos impositivos futuros como garantía (ver, por ejemplo, Holmstrom y Tirole, 1998). El intermediario sólo puede juntar liquidez si tiene un activo para poner como garantía. En nuestro modelo, éste era el caso cuando el valor del portafolio de inversión S_1 era positivo. El gobierno, en vez, siempre puede comprometer ingresos impositivos futuros porque tiene el derecho legal a cobrar impuestos y puede físicamente castigar (cárcel, bancarrota, etc.) a aquellos que no pagan impuestos.

La consecuencia de la intervención gubernamental, cuando hay una escasez agregada de liquidez, es que una fracción inferior de empresas tienen que ser liquidadas y una mayor cantidad de proyectos de inversión pueden ser finalizados. Esto quiere decir que los subsidios del gobierno a la innovación vertical implican una tasa de crecimiento de la economía mayor. Además, los subsidios a la innovación vertical reducen las fluctuaciones de la tasa de crecimiento a través de las generaciones t . De esta manera, los subsidios a la innovación vertical pueden ser utilizados como un instrumento de política pública en una estrategia de estabilización económica. Con respecto a los subsidios a la innovación horizontal, estos generan una

mayor diversificación industrial que el resultado de mercado puro. Además, a través del efecto de la diversificación industrial sobre el sistema financiero, subsidios a la innovación horizontal generan tasas futuras de crecimiento más altas, y menos volátiles. De esta manera, los subsidios a la innovación horizontal pueden ser utilizados como un instrumento de política pública para evitar fluctuaciones futuras en la economía. Debido a la externalidad producida por la diversificación industrial, subsidios a la innovación horizontal, en vez de subsidios a la innovación vertical, tienen consecuencias especialmente positivas para países en etapas iniciales e intermedias de desarrollo financiero. La razón es que subsidios a la innovación horizontal aumentan permanentemente la tasa de crecimiento esperado de la economía a través de su efecto sobre el sistema financiero. En cambio, subsidios a la innovación vertical generan sólo un incremento temporal en la tasa de crecimiento de la economía. Note también que la intervención gubernamental es especialmente apropiada para países en etapas iniciales e intermedias de desarrollo financiero porque en esas etapas hay una mayor probabilidad de sufrir una escasez agregada de liquidez.

VI. Conclusiones

Este trabajo presenta un modelo teórico donde el sistema financiero se desarrolla endógenamente y tiene un papel central en la determinación de la tasa de crecimiento de la economía, y su volatilidad. En el modelo, el sector productivo genera innovación vertical y horizontal pero tiene que financiar *shocks* de liquidez para que estas innovaciones sean exitosas. El crecimiento económico es un resultado de la innovación vertical, que mejora la calidad de los bienes ya existentes. La innovación horizontal, por otra parte, no afecta al crecimiento económico directamente, pero genera bienes nuevos, los cuales aumentan la diversificación industrial (o sectorial). La diversificación industrial profundiza el sistema financiero porque mejora su probabilidad de brindar suficiente liquidez al sector productivo. Las fluctuaciones a través del tiempo se generan porque varía la fracción de firmas que finalizan exitosamente sus proyectos de inversión en cada período de tiempo. El sistema financiero tiene dos funciones esenciales que lo hacen especialmente apto para proveer liquidez al sector productivo. La primera función es su habilidad para aglomerar el riesgo de las empresas. La segunda función es su habilidad para ejercer la liquidación parcial de los proyectos de inversión.

Los principales resultados de este trabajo se pueden resumir de la siguiente manera. La diversificación industrial (o sectorial) es el factor explicativo del desarrollo financiero en este modelo. Por esto, la innovación horizontal tiene un papel central en explicar el desarrollo financiero como parte del proceso de crecimiento. La tasa esperada de crecimiento de la economía está positivamente relacionada con el nivel de diversificación industrial y desarrollo financiero. La volatilidad de la tasa de crecimiento de la economía aumenta inicialmente con el nivel de desarrollo financiero, pero se vuelve decreciente a niveles intermedios y altos de desarrollo financiero. La tasa de crecimiento de la diversificación industrial está positivamente asociada con el nivel de diversificación industrial, y por ende con el nivel de desarrollo financiero. Esto

implica que la diversificación industrial genera una externalidad por su efecto sobre el sistema financiero. Un alto grado inicial de diversificación no sólo implica tasas presentes altas de crecimiento de la economía y la diversificación, sino que también implica tasas crecientes de crecimiento en el futuro debido a una mayor profundidad del sistema financiero. La consecuencia de esta externalidad es que, dado el mismo nivel inicial de diversificación industrial y desarrollo financiero, países inicialmente afortunados, en el sentido de recibir *shocks* de liquidez pequeños, se beneficiarán aun en el futuro de tasas de crecimiento mayores respecto a los países desafortunados.

En este modelo, existe un rol para que el gobierno subsidie la innovación vertical y horizontal cuando el sistema financiero es incapaz para proveer suficiente liquidez en el agregado. Los subsidios del gobierno a la innovación vertical generarán una tasa de crecimiento superior a la que hubiera sido posible sin intervención gubernamental. Los subsidios también mitigan las fluctuaciones de la tasa de crecimiento a través del tiempo, por lo que sirven como instrumento de política pública en una estrategia de estabilización. Los subsidios a la innovación horizontal producen tanto una diversificación industrial como un desarrollo financiero superior al que sería posible sin intervención gubernamental. Por lo tanto, también implican una tasa de crecimiento mayor, y menor volatilidad, en el futuro. Esto significa que los subsidios a la innovación horizontal pueden ser utilizados como instrumento de política pública para evitar fluctuaciones futuras de la economía. Debido a la externalidad generada por la diversificación industrial sobre el sistema financiero, subsidios a la innovación horizontal, a diferencia de subsidios a la innovación vertical, son particularmente beneficiosos para países en etapas iniciales e intermedias de desarrollo financiero. Además, la intervención gubernamental es especialmente necesaria para países en etapas iniciales e intermedias de desarrollo financiero porque en estas etapas existe una mayor probabilidad de sufrir una escasez agregada de liquidez.

Referencias

- **Acemoglu, D. y Zilibotti, F. (1997).** «Was prometheus unbound by chance? risk, diversification, and growth». *Journal of Political Economy*, 105(4): 709-51.
- **Aghion, P., Angeletos, G.-M., Banerjee, A., y Manova, K. (2005a).** «Volatility and growth: Credit constraints and productivity-enhancing investment». NBER Working Papers 11.349.
- **Aghion, P. y Howitt, P. (1998).** *Endogenous growth theory*. MIT Press, Cambridge, MA.
- **Aghion, P., Howitt, P., y Mayer-Foulkes, D. (2005b).** «The effect of financial development on convergence: Theory and evidence». *The Quarterly Journal of Economics*, 120(1): 173-222.
- **Barth, J. R., Caprio, G. J., y Levine, R. (2004).** «Bank regulation and supervision: what works best?». *Journal of Financial Intermediation*, 13(2): 205-248.
- **Bhattacharya, S., Bout, A., y Thakor, A. (2004).** *Credit, intermediation, and the macroeconomy*. Oxford University Press.
- **Boyd, J. H., Levine, R., y Smith, B. D. (2001).** «The impact of inflation on financial sector performance». *Journal of Monetary Economics*, 47(2): 221-248.

- **Carranza, L. y Galdon-Sanchez, J. (2004).** «Financial intermediation, variability and the development process». *Journal of Development Economics*, 73: 27-54.
- **Gancia, G. y Zilibotti, F. (2005).** «Horizontal innovation in the theory of growth and development», en P. Aghion y S. Durlauf, eds., *Handbook of Economic Growth*, North-Holland, 2005.
- **Holmstrom, B. y Tirole, J. (1998).** «Private and public supply of liquidity». *Journal of Political Economy*, 106(1): 1-40.
- **Holmstrom, B. y Tirole, J. (2000).** «Liquidity and risk management». *Journal of Money, Credit and Banking*, 32(3): 295-319.
- **Howitt, P. (1999).** «Steady endogenous growth with population and r&d inputs growing». *Journal of Political Economy*, 107: 715-730.
- **Koren, M. y Tenreyro, S. (2005).** «Volatility and development». CEP Discussion Paper N° 706, LSE.
- **Levine, R. (2005).** «Finance and growth: Theory and evidence», en P. Aghion y S. Durlauf, eds., *Handbook of Economic Growth*, North-Holland, 2005.
- **Porta, R. L., de Silanes, F. L., Shleifer, A., y Vishny, R. W. (1998).** «Law and finance». *Journal of Political Economy*, 106(6): 1113-1155.
- **Rothchild, M. y Stiglitz, J. E. (1970).** «Increasing risk i: A definition». *Journal of Economic Theory*, 2(3): 225-43.
- **Roubini, N. y Sala-i Martin, X. (1995).** «A growth model of inflation, tax evasion, and financial repression». *Journal of Monetary Economics*, 35(2): 275-301.
- **Smith, B. D. (2003).** «Taking intermediation seriously». *Journal of Money, Credit and Banking*, 35(6): 1319-1357.

Anexo A/ Demostración de la equivalencia de las ecuaciones (6) y (9)

De la ecuación (6) tenemos que:

$$U_b = \frac{F(c^*)p_H R - 1 - \int_0^{c^*} cf(c)dc}{1 + \int_0^{c^*} cf(c)dc - F(c^*)c_p} A.$$

Multiplicando la ecuación (6) por $F(c^*)/F(c^*)$ y reordenando, obtenemos:

$$U_b = \frac{p_H R - \frac{1 + \int_0^{c^*} cf(c)dc}{F(c^*)}}{\frac{1 + \int_0^{c^*} cf(c)dc}{F(c^*)} - c_p} A. \quad (33)$$

Maximizar la ecuación (33) es equivalente a minimizar:

$$c(c^*) = \frac{1 + \int_0^{c^*} cf(c)dc}{F(c^*)}, \quad (34)$$

que es el costo unitario esperado de la inversión efectiva. Más aun, si integramos la ecuación (34) por partes, obtenemos:

$$\begin{aligned} c(c^*) &= \frac{1 + c^*F(c^*) - \int_0^{c^*} F(c)dc}{F(c^*)} \\ &= c^* + \frac{1 - \int_0^{c^*} F(c)dc}{F(c^*)}, \end{aligned}$$

que es equivalente a lo minimizado en la ecuación (9). Q.E.D.